

Помогать ученику — одна из наиболее важных обязанностей учителя. Ученик должен приобрести как можно больше опыта самостоятельной работы. Но если он оставлен наедине с задачей без всякой помощи или если эта помощь недостаточна, — это может не принести ему никакой пользы. Лучше всего, однако, помогать ученику естественно. С помощью универсальных вопросов указать шаг, до которого учащийся мог бы додуматься самостоятельно. (Д. Пойа. Как решать задачу.)

В седьмом классе изучается тема «Сокращение алгебраических дробей». Чтобы правильно выполнить данное задание необходимо, чтобы ученики знали и умели применять различные комбинированные приемы разложения на множители.

Инструкция для учащихся перед выполнением заданий:

1. Внимательно прочитайте задание;
2. Вспомните, какие теоретические знания необходимы для выполнения данного задания;
3. Если возникли затруднения, выберите для работы таблицу 1.1 или 1.2;
4. Выполните самостоятельно задания (по образцу, с помощью универсальных вопросов или графов, используя справочные материалы);
5. Проверьте в парах правильность выполненных заданий. Объясните друг другу свои методы решения.

Для отработки данных навыков (в парах сменного состава) можно выполнить следующие задания:

1. Разложите многочлен на множители:

а). $5x^2 + 25x$;	б). $2x + 4y - xy - 2y^2$;
в). $x^2 - 64y^2$;	г). $-2x^3 - 28x^2 - 98x$.
2. Решите уравнение: $x^3 - 25x = 0$
3. Сократите дробь: а). $\frac{8-4y}{4-y^2}$; б). $\frac{x^2 + 10xy + 25y^2}{x^2 - 25y^2}$.

Использование организованного диалога, с помощью универсальных вопросов, позволяет включить в процесс решения задачи каждого ученика. Имея образцы выполнения задания (графы), систематически применяя данный метод, учащийся, более качественно выполняет задание.

Таблица 1.1.

Пример: Сократите дробь: $\frac{8-4y}{4-y^2}$			
Для более подготовленных учащихся.			
Что значит «сократить дробь»? (что-то разделить на что-то), (разделить числитель и знаменатель дроби на общий множитель).	Как разделить числитель и знаменатель дроби на общий множитель? (найти общий множитель, разложив на множители числитель и знаменатель дроби)	Какие действия могу выполнить в числителе и знаменателе дроби?	Какие формулы (методы) могу применить?
Начинаю рассуждения:			
<pre> graph LR A[сократить дробь] --> B[что-то разделить на что-то] B --> C[разложить на множители числитель и знаменатель дроби] C --> D[по формуле] C --> E[вынести общий множитель за скобки] </pre>			

Проверяю правильность рассуждений и записываю решение.

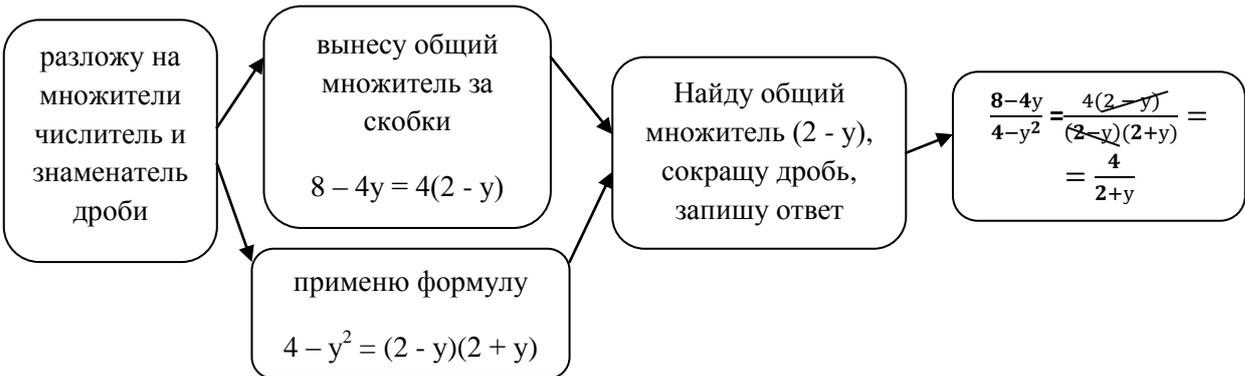


Таблица 1.2.

Для менее подготовленных учащихся.					
Что значит «сократить дробь»? (что-то разделить на что-то), (разделить числитель и знаменатель дроби на общий множитель)	Как разделить числитель и знаменатель дроби на общий множитель? (найти общий множитель, разложив на множители числитель и знаменатель дроби)	Что значит «разложить многочлен на множители»? (что-то умножить на что-то), (представить многочлен в виде произведения более простых многочленов)	Какие приемы разложения многочлена на множители знаю (существуют)? (вынесение общего множителя за скобки, способ группировки, с помощью формул сокращенного умножения, выделения полного квадрата, с помощью комбинации различных приемов)	Какие действия могу выполнить в числителе и знаменателе дроби?	Какие формулы (методы) могу применить?
<p>Алгоритм отыскания общего множителя нескольких одночленов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Найти наибольший общий делитель коэффициентов всех одночленов, входящих в многочлен. 2. Найти переменные, которые входят в каждый член многочлена, и выбрать для каждой из них наименьший. 					
<p>Формулы сокращенного умножения</p> $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2 \text{ и т.д.}$					

Некоторые, менее подготовленные, учащиеся не могут выполнить данные задания и с помощью универсальных вопросов. Для этого, в парах, они выясняют, разбирают и объясняют методы решения уже выполненных заданий. Затем выполняют самостоятельную работу. Для таких учащихся всегда требуются дополнительные справочные материалы (Таблица 1.2.)

Инструкция для учащихся перед выполнением заданий:

1. Внимательно прочитайте задание;
2. Самостоятельно разберите методы решения выполненных заданий;
3. Обсудите в парах методы решения выполненных заданий (при необходимости возможна помощь учителя);
4. Выполните самостоятельно подобные задания (по образцу, с помощью универсальных вопросов или графов), используя справочные материалы;
5. Проверьте в парах правильность выполненных заданий. Объясните друг другу свои методы решения.

1. Разложите многочлен на множители:

а). $4x^2 - 8x = 4x(x - 2)$;

б). $5x + 10y - xy - 2y^2 = (5x + 10y) - (xy + 2y^2) = 5(x + 2y) - y(x + 2y) = (x + 2y)(5 - y)$;

в). $x^2 - 100y^2 = (x - 10y)(x + 10y)$;

г). $-3x^3 - 30x^2 - 75x = -3x(x^2 + 10x + 25) = -3x(x + 5)^2$.

2. Решите уравнение:

$$x^3 - 49x = 0$$

$$x(x^2 - 49) = 0$$

$$x(x - 7)(x + 7) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x - 7 = 0 \text{ или } x + 7 = 0$$

$$x = 7 \qquad x = -7$$

Ответ: 0; ± 7 .

3. Сократите дробь:

а). $\frac{25-5y}{25-y^2} = \frac{5(5-y)}{(5-y)(5+y)} = \frac{5}{5+y}$;

б). $\frac{x^2 + 14xy + 49y^2}{x^2 - 49y^2} = \frac{(x+7y)^2}{(x-7y)(x+7y)} = \frac{x+7y}{x-7y}$.

Проделав данную работу по образцу, учащиеся могут выполнять данные задания и с помощью «графов».

Умение решать задачи есть искусство, приобретающееся практикой, подобно, скажем, плаванию. Мы овладеваем любым мастерством при помощи подражания и опыта. Учась плавать, вы подражаете другим в том, что они делают руками и ногами, чтобы держать голову над водой, и, наконец, вы овладеваете этим искусством при помощи упражнения. Учась решать задачи, вы должны наблюдать и подражать другим в том, как они это делают, и, наконец, вы овладеваете этим искусством при помощи упражнения.

(Д. Пойа. Как решать задачу.)